بسم الله الرحمن الرحیم

نگاه «بیزی» به علوم اسلامی: درآمدی بر کمی‌سازی تجمیع قرائن

حسین کامکار

طلبه سطح ۳ حوزه علمیه قم / کارشناسی مهندسی برق

Kamkar.hosein@gmail.com

چکیده

در این مقاله به این خواهیم پرداخت که نگاه بیزی، زمینه بسیار مساعدی برای تحقیق کاربردی در علوم اسلامی – خصوصاً فقه – است. در این زمینه، به معرفی بسیار ساده‌ای از نگاه بیزی پرداخته‌ایم و سپس چهار مسأله کاربردی در حیطه علوم اسلامی را مورد بررسی قرار داده‌ایم: ۱. استدلال احتمالاتی، ۲. تعارض، ۳. اخبار دو راوی، و ۴. سلسله سند. تحلیل‌های رایج احتمالاتی که احیانا از جانب فقیهان/ اصولیون در تبیین این مسائل طرح می‌شود معمولا متضمن کاربست نادرستی از اصل ضرب است؛ و برخی از این مسائل هم مورد تحلیل احتمالاتی از جانب فقها/ اصولیون قرار نگرفته است. ایده محوری که برای تحلیل این چهار مسأله استفاده می‌شود ایده واحدی است: به‌روزرسانی و نرمال کردن احتمالات فضای نمونه‌ای بر مبنای کشف استلزام‌های منطقی جدید. این ایده در تحلیل‌های بیزی ایده‌ای ساده اما کلیدی و مهم است. روش مقاله مبتنی بر محاسبات جبری و ریاضی و تحلیل فضای نمونه‌ای در جداول و نسبت‌سنجی احتمالات است.

کلمات کلیدی: علوم اسلامی، هوش مصنوعی، نگاه بیزی، حساب احتمالات، تجمیع قرائن

مقدمه

تفکر معقول احتمالاتی و نظام تجمیع قرائن که بنیاد علوم نقلی-تاریخی است از قواعدی پیروی می‌کند که در نظریه احتمالات (Probability theory) مورد بحث قرار می‌گیرد. یکی از انواع تحلیل‌های احتمالاتی، دیدگاه بیزی (Bayesian view) است که امروزه در حیطه‌های متنوعی همچون سلامت، اقتصاد، محیط زیست، امنیت، علوم اجتماعی، مهندسی و غیره استفاده می‌شود و کاربردهای عملی نگاه بیزی در ابتدای قرن بیست و یکم گسترش بسیاری یافته است (See: Linden & others). با این حال، استفاده این روش‌ها در نظام‌های تجمیع قرائن نقلی-تاریخی خصوصا در حیطه اسلام‌شناسی هنوز به صورت مدون در حوزه‌های علمیه شکل نگرفته است.

ظرفیت گسترده‌ای برای مدل‌سازی‌های احتمالاتی در نظام‌مسائل دین‌پژوهی – خصوصاً فقه / اصول – وجود دارد. هم در مرحله اعتبارسنجی سندی (اعتماد به منابع روایی، انتساب کتاب‌ها و وثاقت راویان) و هم در مرحله فهم متن (قرائن پیوسته یا استظهار) و هم در مرحله انسجام‌بخشی و سازوار کردن (بررسی معارض‌ها یا شواهد و قرائن ناپیوسته) ما با پدیده ظنون و تراکم ظنون سروکار داریم. از آن‌جا که تراکم ظنون می‌تواند اطمینان‌آفرین یا با پاره‌ای از ملاحظات قطع‌آفرین باشد، ثمره این مباحث تنها در فقه باقی نمی‌ماند و در حیطه اعتقادات و کلام نقلی نیز خود را آشکار می‌کند.

بی‌شک باید مرحوم شهید سیدمحمدباقر صدر ﷺ (۱۳۱۳-۱۳۵۹ ه.ش.) را از پیشگامان استفاده از نظریه احتمالات در فقه/اصول دانست، هرچند این نکته منحصر به ایشان نیست و برخی معاصرین نیز به این سبک از تحلیل اقبال کرده‌اند (نک: سیستانی: ۲۲). این کاربردها تنها محدود به بررسی مسأله «تواتر» نیست، بلکه در مباحثی همچون تحلیل ظهور کلام (صدر، بحوث فی علم الاصول، ۹: ۳۷۹)، حجیت اجماع (همان، ۹: ۴۳۳)، حجیت شهرت (همان، ۹: ۴۶۴)، فارق بین شبهه محصوره و غیر محصوره (سیستانی: همان)، اعتباربخشی به مرسلات (عرفانیان یزدی: ۴۹؛ شبیری) و غیر این‌ها نیز به حساب احتمالات پرداخته‌اند. از نظر شهید صدر ﷺ جایگاه اصلی مساله حساب احتمالات در "معرفت‌شناسی" است و و تمام شناخت‌های حاصل از تجربه و استقرا بر مبنای حساب احتمالات تبیین می‌شوند (صدر، بحوث فی علم الاصول، ۸: ۳۴۸). ایشان با تألیف «*الاسس المنطقية للاستقراء*» به نظریه‌پردازی در حیطه «فلسفه علم» نیز ورود کرده و به تبیین مسأله استقرا پرداخته است. با این حال خواهیم دید که پاره‌ای از تحلیل‌های احتمالاتی ایشان – خصوصا در بحث تواتر – اشکال‌هایی اساسی و غیر قابل چشم‌پوشی دارد.

در مقاله حاضر، ابتدا به تبیین مختصری از الگوی فکری بیزی می‌پردازیم و سپس چهار مسأله متداول در استدلال‌های احتمالاتی-فقهی را مورد بررسی قرار می‌دهیم:

۱) مسأله استدلال احتمالاتی: پرداخت به این مسأله تمهیدی است بر هر تحلیلی که مشتمل بر استنتاج احتمالاتی است و طبیعتا اختصاصی به علوم اسلامی ندارد. مسأله در این‌جا عبارت است از این‌که اگر مقدمات یک استدلال، ظنی باشند، چگونه می‌توان احتمال نتیجه را محاسبه نمود؟

۲) مسأله تعارض: اگر دو محتوای متعارض به ما برسد ظنون ما چگونه نسبت به هر یک از دو نقل شکل می‌گیرد؟

۳) مسأله اخبار دو راوی: اگر محتوای واحد از جانب ۲ نفر در عرض هم نقل شود برآیند احتمال‌ها چگونه شکل می‌کیرد؟ (اخبار موازی)

۴) مسأله سلسله سند: اگر یک نقل به صورت یک دنباله از افراد دیگر نقل گردد، احتمال درستی آن نقل چگونه محاسبه می‌گردد؟ (اخبار سری)

نگارنده بارها شاهد وقوع اشتباهات فکری گوناگون به خاطر کاربست نادرست قواعد علم احتمال در این مسائل بوده است. در این مسائل، معمولا شاهد کاربست نادرستی از «اصل ضرب» هستیم که به نتایج گمراه‌کننده‌ای می‌انجامد. مسأله تعارض هم در عین اهمیت، معمولا با نگاه احتمالاتی محل بررسی قرار نگرفته است. خواهیم دید که دست‌گاه بیزی یک سیستم دینامیکی به‌روزشونده برای بررسی این مسائل فراهم می‌آورد که می‌تواند الگوریتم مساعدی برای تجمیع قرائن / تراکم ظنون نیز به دست دهد.

۱_ نظریه احتمالات و ایده اساسی نگاه‌های بیزی

ساختار کلی در نگاه بیزی بدین صورت است: در ابتدا یک شناخت پیشین برای هر مسأله درنظر گرفته می‌شود. فرآیند تجمیع قرائن و شواهد از خلأ آغاز نمی‌شود. یک تصور اولیه – ولو یک تصور خام – درباره نتایج وجود دارد. این معرفت اولیه (prior knowledge) با ملاحظه شواهد جدید، تحول یافته و به‌روزرسانی می‌شود. نگاه بیزی، فرآیند تلفیق گام‌به‌گامِ معرفت اولیه و شواهد جدید را برای ساخت اطلاعت پسین (posterior) تبیین می‌کند. بنابراین پس از ورود یک داده جدید – مثلا یک نقل تاریخی تازه – توزیع احتمالی تمام اطلاعاتی که به این داده جدید مرتبط‌اند به‌روزرسانی خواهند شد (See: Bayesian statistics, 2019).

ایده اساسی استفاده از این نگاه، مفهوم «احتمال شرطی» است[1]. برای تبیین احتمال شرطی نخست لازم است درباره پاره‌ای مقدمات صحبت کنیم.

۱_۱_ تعریف فضای نمونه‌ای، رخداد و احتمال شرطی

مجموعه فرض‌های محتمل در یک مسأله را با W نشان می‌دهیم و به آن فضای نمونه‌ای می‌گوییم. هر زیرمجموعه از W را یک رخداد می‌نامیم. به هر رخداد می‌توان عددی بین صفر و یک نسبت داد که نشان‌گر احتمال آن رخداد است. احتمال یک رخداد دلخواه مثل A را با $p_{(A)}$ نشان می‌دهیم. دقت کنید که احتمال رخداد W همواره برابر است با یک:

$$p_{(W)} = 1$$

زیرا W به حسب تعریف، مجموعه همه فروض متصور در مسأله است و بالاخره یکی از فروض ممکن رخ خواهد داد.

[1] مفهوم احتمال شرطی در مطاوی استدلال‌های فقها بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. استفاده از عبارت کلیدی «لو کان لبان» (اگر چنین می‌بود روشن می‌شد) (نک: شبیری زنجانی، ۱: ۱۷) یک نمونه از این کاربست است.

حال احتمال شرطی را به این صورت می‌توان تعریف کرد: مقصود از عبارت احتمال رخداد B به شرط رخداد A به این است که در فرض تحقق A ببینیم احتمال B چقدر خواهد بود. اطلاع از تحقق یک رخداد می‌تواند احتمال سایر رخدادها را کمتر یا بیشتر نماید. احتمال رخداد B به شرط رخداد A را به این صورت نمایش می‌دهند:

$$p_{(B|A)}$$

۱_۲_ قضیه بیز

اکنون می‌توانیم «قضیه بیز» را بیان کنیم (قضیه‌ای که به افتخار توماس بیز (T. Bayes. 1764) کشیش انگلیسی که نخستین بار این قضیه را در ۱۷۶۲ میلادی بیان کرد نام‌گذاری شده است). قضیه بیز بیان می‌کند:

$$p_{(B|A)} = \frac{p_{(A \,\&\, B)}}{p_{(A)}}$$

برای توجیه این قضیه، می‌توان از اصول موضوعه نظریه احتمالات آغاز کرد[۲]، اما به زبان ساده‌تری نیز می‌توان مسأله را توضیح داد؛ می‌توان گفت به حصر عقلی، چهار فرض ممکن برای رخدادها متصور است:

۱- هم A و هم B واقع شوند ($A \,\&\, B$)

۲- A واقع شود ولی B واقع نشود ($A \,\&\, \bar{B}$)

۳- B واقع شود ولی A واقع نشود ($\bar{A} \,\&\, B$)

۴- نه A و نه B هیچ‌کدام واقع نشوند ($\bar{A} \,\&\, \bar{B}$)

توجیه قضیه بیز به این صورت است که هر یک از این چهار فرض، احتمالی دارند بین صفر و یک، و جمع این احتمال‌ها هم برابر یک است. حال اگر بخواهیم $p_{(B|A)}$ را محاسبه کنیم باید فرض بگیریم که رخداد A واقع شده است. این بدین معناست که فرض‌های ۳ و ۴ را باید کنار بگذاریم و تنها دو فرض برای مسأله باقی بماند: فرضِ $A\&B$ و فرضِ $A\&\bar{B}$. با محدود شدن فضای نمونه‌ای، لازم است احتمال این دو فرض را به نحوی به روزرسانی کنیم که مجموع این دو فرض برابر یک شود و در عین حال، نسبت احتمال این دو فرض تغییری نکند.

بنابراین روند اتفاقات به این صورت است:

فرض تحقق یک رخداد مثل A ← محدود شدن فضای نمونه‌ای (W) ← به‌هنجار[۳] کردن احتمال‌های باقی‌مانده

۱_۳_ به‌روزرسانی توزیع احتمال، پس از کشف اطلاع یا استلزام جدید

---

[۲] برای اطلاع بیشتر درباره قضیه بیز و پیامدهای معرفتی جالب آن نک: نبوی و دیگران.

[۳] Normalization

قاعده به‌روزرسانی: پس از کشف هر اطلاع یا استلزام جدید، احتمال برخی حالات صفر می‌شود و احتمال سایر اطراف را باید در ضریبی ضرب نمود به نحوی که مجموع احتمالات، کماکان یک باقی بماند.

این قاعده، عرفی شده به زبان ریاضیات این‌چنین بیان می‌شود: فرض کنید پارامتر x، مجاز باشد که مقادیر x_1 تا x_n را بپذیرد. مجموعه همه این رخدادهای ممکن را با W نشان می‌دهیم. برای هر کدام از اعضای این مجموعه، احتمال‌های p_{x_1} تا p_{x_n} داده شده‌اند. فرض کنید که A زیرمجموعه‌ای W باشد. مجموعه سایر اعضای W را با A' نشان می‌دهیم.

اکنون مطابق قضیه بیز، اگر علم پیدا کنیم که مقدار پارامتر x، محدود به اعضای A است، در این صورت احتمال برخی از رخدادها باید صفر شود و احتمال سایر رخدادها با ضریب $p(A)$ به‌روزرسانی شود. بنابراین برای هر یک از اعضای W خواهیم داشت:

$$\begin{cases} p(x_k|A) = 0, & if\ x_k \in \bar{A} \\ p(x_k|A) = \frac{p_{x_k}}{p(A)} & if\ x_k \in A \end{cases}$$

۱_۴_ توزیع احتمال پیشین

در نگاه‌های بیزی، هر رخدادی یک توزیع پیشین احتمالاتی دارد. این توزیع پیشینی از پژوهش‌های قبلی حاصل شده یا مبتنی بر فرض‌های معقولی تصور می‌گردد. اگر در موردی هیچ پژوهش و اطلاعات پیشینی وجود نداشته باشد، یک توزیع احتمال همگن[۴] برای تمام حالات محتمل آن در نظر گرفته می‌شود، که نشان‌گر عدم ترجیح اطراف مختلف است.

۲_ بررسی مواردی از کاربرد قضیه بیز در علوم اسلامی

۲_۱_ مسأله استدلال احتمالی

فرض کنید یک استدلال با فرم مجاز منطقی از مجموعه مقدمات g_1 تا g_n داشته باشیم. هر یک از این قضایا، ارزش احتمالی p_k دارند. اگر نتیجه استدلال، گزاره r باشد، احتمال این گزاره پس از اقامه این استدلال احتیاج به به‌روزرسانی دارد. احتمال این گزاره پیش از اقامه استدلال را p_r و احتمال آن پس از اقامه این استدلال را $p_r{}'$ می‌نامیم. می‌خواهیم احتمال به‌روزرسانی شده را محاسبه کنیم.

ایده نادرست رایج در این رابطه، این است که احتمال نتیجه استدلال، برابر حاصل‌ضرب احتمال مقدمات استدلال است[۵]. برای محاسبات بیزی، ابتدا محاسبه را برای یک استدلال با دو مقدمه انجام می‌دهیم:

---

[۴] Uniform distribution

[۵] پیش از انجام محاسبات هم نادرستی ایده فوق را می‌توان نشان داد: اگر یکی از مقدمات استدلال نادرست باشد، آیا احتمال نتیجه "صفر" خواهد شد؟ یعنی دیگر ممکن نیست از طریق معتبر دیگری این گزاره را اثبات نمود؟ اگر فرض کنیم که احتمال پیشین گزاره r برابر $\frac{1}{2}$ باشد (که نشان می‌دهد صدق و کذب آن برای ما هیچ ترجیحی ندارد)، آیا اقامه یک استدلال غلط، می‌تواند این ترجیح قاطعانه را برای ما ایجاد کند؟

- مقدمه اول: گزاره g_1 با احتمال p_1
- مقدمه دوم: گزاره g_2 با احتمال p_2
- $\therefore$ نتیجه: گزاره r

فرض می‌کنیم که استدلال فوق، از جهت ساختارهای صوری منطقی، صحیح باشد. این بدین معناست که یک استلزام منطقی بین مقدمات و نتایج به صورت $(g_1 \wedge g_2) \vdash r$ برقرار است. ولی ابتدا فرض می‌کنیم که هنوز به استلزام منطقی مقدمات و نتایج توجه نکرده‌ایم. در این صورت برای صدق و کذب مقدمات و نتایج، هشت حالت خواهیم داشت که در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱ - مسأله استدلال احتمالاتی پیش از کشف استلزام منطقی

شماره حالت	صدق و کذب g_1	صدق و کذب g_2	صدق و کذب r	احتمال
۱	0	0	0	$(1-p_1)(1-p_2)(1-pr)$
۲	0	0	1	$(1-p_1)(1-p_2).p_r$
۳	0	1	0	$(1-p_1).p_2.(1-p_r)$
۴	0	1	1	$(1-p_1).p_2.p_r$
۵	1	0	0	$p_1.(1-p_2)(1-p_r)$
۶	1	0	1	$p_1.(1-p_2).p_r$
۷	1	1	0	$p_1.p_2.(1-p_r)$
۸	1	1	1	$p_1.p_2.p_r$

دقت کنید که در نوشتن این جدول، هنوز استلزام منطقی بین مقدمات و نتایج «کشف» نشده یا «لحاظ» نگشته است. همچنین قبل از این کشف، گزاره r بالاخره یک احتمال پیشینی دارد، همانگونه که در توضیح دیدگاه بیزی در مقدمه گفته شد. اکنون می‌خواهیم ببینیم کشف این استلزام منطقی، چه تغییراتی در توزیع احتمال جدول ۱ ایجاد می‌کند.

استلزام منطقی بین مقدمات و نتایج، تنها حالت شماره ۷ جدول فوق را حذف می‌کنند. در حقیقت با کشف استلزام منطقی بین مقدمات و نتایج، متوجه می‌گردیم که رخداد حالت ۷ امکان‌پذیر نیست و ما تا کنون این را کشف نکرده بودیم. مطابق قاعده به‌روزرسانی، پس از این کشف، باید احتمال حالت ۷ را صفر کنیم و سایر احتمالات را در ضریب بهنجارش مناسب ضرب کنیم.

تا پیش از صفر کردن احتمال حالت ۷، مجموع احتمالات تمام حالت‌ها برابر یک بود. اکنون به اندازه ارزش احتمالی حالت ۷ در جدول ۱، نقصان احتمالی پیدا کرده‌ایم و مجموع احتمالات پیش از بهنجارش برابر خواهد بود با: $1 - p_1p_2(1-p_r)$. لذا اگر تمامی احتمالات موجود را بر این مقدار تقسیم کنیم، بهنجارش انجام می‌شود. لذا توزیع جدید، مطابق جدول ۲ خواهد بود.

جدول ۲ – مساله استدلال احتمالاتی پس از کشف استلزام منطقی

شماره حالت	صدق و کذب g_1	صدق و کذب g_2	صدق و کذب r	احتمال
۱	0	0	0	$\frac{(1-p_1)(1-p_2)(1-pr)}{1-p_1p_2(1-p_r)}$
۲	0	0	1	$\frac{(1-p_1)(1-p_2).p_r}{1-p_1p_2(1-p_r)}$
۳	0	1	0	$\frac{(1-p_1)p_2(1-p_r)}{1-p_1p_2(1-p_r)}$
۴	0	1	1	$\frac{(1-p_1)p_2p_r}{1-p_1p_2(1-p_r)}$
۵	1	0	0	$\frac{p_1(1-p_2)(1-p_r)}{1-p_1p_2(1-p_r)}$
۶	1	0	1	$\frac{p_1(1-p_2)p_r}{1-p_1p_2(1-p_r)}$
۷	1	1	0	0
۸	1	1	1	$\frac{p_1p_2p_r}{1-p_1p_2(1-p_r)}$

حال برای محاسبه احتمال صدق گزاره r باید به این توجه کرد که در چه حالاتی از جدول ۲، گزاره r صادق است. این حالت‌ها عبارتند از حالت‌های ۲ و ۴ و ۶ و ۸. از آن‌جا که احتمال هر یک از این حالت‌ها پس از بهنجارش در ضریب $1-p_1p_2(1-p_r)$ ضرب شده است، بنابراین مجموع احتمال این چهار حالت نیز در همین ضریب ضرب خواهد شد:

$$p_r' = \frac{p_r}{1-p_1p_2(1-p_r)}$$

عبارت فوق بسیار مهم است. دقت کنید که اقامه استدلال احتمالی، هیچگاه نمیتواند احتمال نتیجه را از احتمال پیشین آن کمتر کند، بلکه تنها می‌تواند ارزش احتمالی نتیجه را افزایش دهد. اگر یکی از مقدمات یا هر دوی آن‌ها کاذب باشند آنگاه احتمال صدق نتیجه تغییری نخواهد کرد. در صورتی که احتمال هر دو مقدمه برابر یک باشد، احتمال نتیجه نیز یک خواهد شد، همان‌گونه که انتظار داشتیم.

تعمیم قضیه فوق به استدلالی با n مقدمه نیز کار دشواری نیست و نتیجه برابر خواهد شد با:

$$p_r' = \frac{p_r}{1-p_1p_2 \dots p_n(1-p_r)}$$

در محاسبه این فرمول، خود مقدمات مستقل از همدیگر فرض شده‌اند. اگر استلزامی بین مقدمات کشف شود، باز هم این احتمال باید به نحو متناسب به‌روزرسانی شود.

۲_۲_ مسأله اخبار دو راوی

فرض کنید دو راوی A و B از یک رخداد مثل Q خبر دهند. احتمال راستگویی[۶] آنان را نیز با p_A و p_B نشان می‌دهیم. اگر پیش از اخبار آنها، احتمال رخداد Q برابر p_Q باشد، پس از إخبار این احتمال می‌بایست به‌روزرسانی شود. احتمال رخداد Q پس از اخبار را با $p_Q{}'$ نشان می‌دهیم.

این مسأله اگر برای n راوی مطرح گردد، همان مسأله معروف «تواتر» است که نزد قدما، یکی از اقسام بدیهیات محسوب می‌شد. مرحوم شهیدصدر برای پرداخت به مسألهٔ تواتر از روش احتمالاتی استفاده می‌کند. با این حال، ایده محاسباتی ایشان همان ایده نادرست رایج است. عبارت ایشان در تبیین تواتر چنین است:

> «فاحتمال الخطأ أو تعمد الکذب فی مخبرین عن واقعهٔ واحدهٔ معا أقل درجهٔ، لأن درجهٔ احتمال ذلک ناتج ضرب قیمهٔ احتمال الکذب فی أحد المخبرین بقیمهٔ احتماله فی المخبر الآخر، و کلما ضربنا قیمهٔ احتمال بقیمهٔ احتمال آخر، تضاءل الاحتمال، لأن قیمهٔ الاحتمال تمثل دائما کسرا محددا من رقم الیقین. فإذا رمزنا إلی رقم الیقین بواحد، فقیمهٔ الاحتمال هی ۲/ ۱ أو ۳/ ۱ أو أی کسر آخر من هذا القبیل، و کلما ضربنا کسرا بکسر آخر خرجنا بکسر أشد ضآلهٔ کما هو واضح. و فی حالهٔ وجود مخبرین کثیرین لا بد من تکرار الضرب بعدد إخبارات المخبرین لکی نصل إلی قیمهٔ احتمال کذبهم جمیعا، و یصبح هذا الاحتمال ضئیلا جدا» (صدر، دروس فی علم الاصول ۱: ۲۷۱).

پیش‌فرض اصلی استدلال این است که:

- پ۱: راست‌گویی یکی از مخبران برای اثبات خبر کافی است.

پس تنها فرض اثبات نشدن خبر، دروغ‌گویی همه است و احتمال دروغ‌گویی همه بسیار کم است.

اما پ۱ مشکلاتی اساسی دارد. قبل از هر چیز باید مشخص کرد که مقصود از راست‌گویی، صدق و کذب خبری است یا مخبری؟ اگر مقصود صدق و کذب خبری باشد، دروغ‌گویی یک نفر هم کافی است تا خلاف واقع بودن خبر اثبات گردد، و اگر مقصود صدق و کذب مخبری است راست‌گویی یک نفر کافی نیست برای این‌که خبر اثبات گردد.

وقتی همه از امر واحدی خبر داده‌اند عقلا ممکن نیست که برخی صدق خبری داشته باشند و برخی کذب خبری! بر مبنای استدلال شهید صدر (کوچک شدن کسرها) همان‌طور که بعید است همه با هم دروغ گفته باشند، بعید است که همه با هم صادق باشند!

روش درست حل این مسأله امری دیگر است. ابتدا مسأله را برای اخبار دو راوی تبیین می‌کنیم و سپس آن‌را به n راوی تعمیم می‌دهیم.

ابتدا از این چشم می‌پوشیم که دو راوی، از امر واحدی خبر داده‌اند. فرض کنید آن‌ها درباره دو امر مستقل ابراز نظر کرده باشند. در این صورت، برای صدق و کذب راویان و رخداد Q هشت حالت متصور است (جدول ۳).

---

[۶] مقصود از راستگویی یا صدق، تطابق با واقع است نه قصد راستگویی. به عبارت دیگر، صدق خبری مدنظر است نه صدق مخبری.

جدول ۳ – حالت‌های صدق و کذب دو راوی و رخداد Q بدون ملاحظه اتحاد آن‌ها

شماره حالت	صدق $\boldsymbol{A}$	صدق $\boldsymbol{B}$	رخداد $\boldsymbol{Q}$
۱	0	0	0
۲	0	0	1
۳	0	1	0
۴	0	1	1
۵	1	0	0
۶	1	0	1
۷	1	1	0
۸	1	1	1

حالا این واقعیت را لحاظ می‌کنیم که هر دو راوی از یک رخداد که آن هم رخداد Q است خبر داده‌اند. در این صورت خواهیم دید که تنها دو حالت از ردیف‌های جدول فوق، امکان‌پذیر خواهد بود (جدول ۴).

جدول ۴ – احتمال بهنجار شده برای اخبار دو راوی پس از ملاحظه اخبار از امر واحد

شماره حالت	صدق $\boldsymbol{A}$	صدق $\boldsymbol{B}$	رخداد $\boldsymbol{Q}$	احتمال بهنجار شده
۱	0	0	0	$\boldsymbol{\frac{(1-p_A)(1-p_B)(1-p_Q)}{(1-p_A)(1-p_B)(1-p_Q)+p_Ap_Bp_Q}}$
۸	1	1	1	$\boldsymbol{\frac{p_Ap_Bp_Q}{(1-p_A)(1-p_B)(1-p_Q)+p_Ap_Bp_Q}}$

بنابراین احتمال وقوع رخداد Q به این صورت به‌روزرسانی می‌شود:

$$p'_Q=\frac{p_Ap_B}{(1-p_A)(1-p_B)(1-p_Q)+p_Ap_Bp_Q}p_Q$$

این پاسخ درست به مسأله اخبار دو راوی است. این پاسخ ویژگی‌هایی دارد که با پاسخ شهید صدر متفاوت است:

- عبارت فوق همان‌طور که ممکن است موجب افزایش احتمال رخداد مورد نظر باشد، ممکن است موجب کاهش آن هم باشد. اگر اشخاصی باشند که اکثرا سخنانشان دروغ است، آنگاه اخبار همه آن‌ها از ارزش احتمالی رخداد Q می‌کاهد.
- اگر احتمال صدق و کذب هر دو راوی را برابر $\frac{1}{2}$ انتخاب کنیم، خواهیم دید که احتمال پیشین، هیچ تغییری نخواهد کرد و راوی که «مجهول مطلق» باشد، نقشی در تجمیع قرائن و ایجاد تواتر نخواهد داشت.

تعمیم مسأله فوق به حالت n راوی نیز دشوار نیست:

$$p'_Q = \frac{p_A p_B \dots p_n}{(1-p_A)(1-p_B)\dots(1-p_n)\big(1-p_Q\big) + p_A p_B \dots p_n p_Q} p_Q$$

در محاسبات فوق، اخبارها را مستقل از هم در نظر گرفتیم. ممکن است نقل راوی اول روی نقل راوی دوم تأثیر گذاشته باشد. مدل‌های احتمالاتی پیچیده‌تر می‌توانند این فروض را نیز ملاحظه کنند.

۲_۳_ مسأله تعارض

مساله تعارض، به سنجش و ارزیابی محتوای دو نقل باز می‌گردد. مسأله تعارض صور مختلفی دارد. آن‌چه اینجا بررسی می‌کنیم مربوط به حالتی است که دو راوی، دقیقاً خبر نقیض هم می‌دهند، یعنی یکی از وقوع رخداد Q و دیگری از نقیض آن خبر می‌دهد. مدلی که در این‌جا در نظر می‌گیریم بسیار ساده است. برای حل این مسأله، مراجعه به جدول ۳ در مسأله قبل کافی است. با توجه به این‌که راوی B از $\bar{Q}$ (رخ ندادن Q) خبر می‌دهد، فقط دو حالت مجاز خواهند بود (جدول ۵).

جدول ۵ – حالت‌های متصور برای مسأله تعارض پس از ملاحظه تعارض

شماره حالت	صدق $\boldsymbol{A}$	صدق $\boldsymbol{B}$	رخداد $\boldsymbol{Q}$	احتمال بهنجار شده
۳	0	1	0	$\boldsymbol{\frac{(1-p_A)p_B\big(1-p_Q\big)}{(1-p_A)p_B\big(1-p_Q\big)+p_A(1-p_B)p_Q}}$
۶	1	0	1	$\boldsymbol{\frac{p_A(1-p_B)p_Q}{(1-p_A)p_B\big(1-p_Q\big)+p_A(1-p_B)p_Q}}$

در هر یک از دو سطر جدول ۵، احتمال رخ دادن و رخ ندادن Q محاسبه شده است. بنابراین احتمال وقوع به‌روزرسانی‌شده "رخ دادن" عبارت است از:

$$p'_Q = \frac{p_A(1-p_B)p_Q}{(1-p_A)p_B\big(1-p_Q\big) + p_A(1-p_B)p_Q}$$

اگر احتمال صدق دو راوی، برابر باشد، احتمال پیشینی که برای مسأله داشته‌ایم تغییر نخواهد کرد.

۲_۴_ مسأله سلسله سند

اگر یک سند با n راوی داشته باشیم به صورتی‌که A_1 از A_2 از ... از A_n مضمون Q را نقل کرده باشد، و احتمال وثاقت هر کدام از این‌ها p_1 تا p_n باشد، احتمال وقوع رخداد Q به چه صورت به‌روزرسانی می‌گردد؟

پاسخ نادرست این است که احتمال وثاقت راویان را در هم ضرب کنیم و آن‌را به عنوان احتمال صدق خبر در نظر بگیریم. با نگاه بیزی، پاسخ مسأله کاملا متفاوت خواهد بود.

بررسی این مسأله نیاز به تحلیل دقیق‌تری از پدیده سند دارد. برای تحلیل گام‌به‌گام مسأله، ابتدا از $n = 2$ آغاز می‌کنیم: راوی A_1 از راوی A_2 واقعه Q را نقل می‌کند.

خبر راوی A_1 دو فرض دارد: یا راست است یا دروغ.

فرض اول: فرض راست‌گویی A_1:

- مطابق این فرض، راوی A_2 مضمون Q را نقل کرده است و حال باید به راست‌گویی و دروغ‌گویی A_2 بیاندیشیم.

فرض دوم: فرض دروغ‌گویی A_1:

- چنین نیست که راوی A_2 مضمون Q را نقل کرده باشد. پس دیگر اندیشیدن به راست‌گویی و دروغ‌گویی A_2 نیاز نیست، چون A_2 خبری با مضمون Q نداده است.

در فرض دوم، این سند اصولا احتمال واقعه Q را تغییری نمی‌دهد، زیرا این اخبار راویان است که بر احتمال Q تأثیر می‌گذارد نه عدم اخبار آن‌ها. احتمال هر یک از این دو فرض را می‌توان با وثاقت A_1 تعیین کرد. بنابراین با احتمال p_1 (فرض اول) نوبت به بررسی وثاقت A_2 هم می‌رسد و با احتمال $1 - p_1$ اصولا نوبت به بررسی وثاقت بقیه سلسله سند نمی‌رسد.

در جدول ۶، مسأله را برای $n = 3$ طرح کرده‌ایم. مواردی که اصولاً نوبت به بررسی صدق و کذب یک راوی نمی‌رسد را با علامت "-" مشخص کرده‌ایم.

جدول ۶ – حالات‌های مجاز در مساله سلسله سند و احتمال به‌هنجار نشده آن‌ها

شماره حالت	صدق $\boldsymbol{A_1}$	صدق $\boldsymbol{A_2}$	صدق $\boldsymbol{A_3}$	رخداد $\boldsymbol{Q}$	احتمال به‌هنجار نشده
۱	0	-	-	0	$\boldsymbol{(1-p_1)(1-p_Q)}$
۲	0	-	-	1	$\boldsymbol{(1-p_1).p_Q}$
۳	1	0	-	0	$\boldsymbol{p_1.(1-p_2).(1-p_Q)}$
۴	1	0	-	1	$\boldsymbol{p_1.(1-p_2).p_Q}$
۵	1	1	0	0	$\boldsymbol{p_1.p_2.(1-p_3).(1-p_Q)}$
۶	1	1	1	1	$\boldsymbol{p_1.p_2.p_3.p_Q}$

دقت کنید که اگر راوی A_k را کاذب بدانیم، اصولا صدق و کذب برای راوی A_{k+1} مطرح نیست زیرا او اصلا خبری با مضمون مورد نظر نداده است که بخواهد متصف به صادق یا کاذب گردد. در حقیقت از فرد A_k، سلسله سند پاره می‌شود و دسترسی به رخداد Q از طریق این سند امکان‌پذیر نخواهد بود و لذا این سند بر احتمال پیشین تأثیری نخواهد گذاشت.

برای محاسبه احتمال نهایی برای $n=3$، در نظر می‌گیریم که در حالت‌های ۲ و ۴ و ۶ از جدول ۶، واقعه Q رخ داده است. لذا احتمال این حالات را درنظر می‌گیریم و بهنجار می‌کنیم:

$$p'_Q = \frac{(1-p_1)+p_1(1-p_2)+p_1p_2p_3}{1-p_1p_2p_3\left(1-p_Q\right)-p_1p_2(1-p_3)p_Q}p_Q$$

رابطه فوق به سادگی قابل تعمیم به n راوی است:

$$p'_Q = \frac{(1-p_1)+p_1(1-p_2)+p_1p_2(1-p_3)+\cdots+p_1p_2\ldots p_{n-2}(1-p_{n-1})+p_1p_2\ldots p_n}{1-p_1p_2p_3\ldots p_{n-1}\left(p_n\left(1-p_Q\right)+(1-p_n)p_Q\right)}p_Q$$

۳_ نتیجه

گام نخستی که فقیهان و اصولیان برای استفاده از قواعد احتمالی در تبیین‌های اصولی برداشته‌اند بسیار به‌جاست، اما مقاله حاضر نشان‌گر این واقعیت است که مدل‌سازی احتمالاتی پدیده تراکم ظنون پیچیده‌تر از آن‌چیزی است که فقهای معظم ارائه کرده‌اند. مدل‌هایی که در این مقاله استفاده شد نیز مدل‌هایی بسیار ساده بود. در مقاله حاضر به کاربست‌های پیچیده‌تر – مثل استفاده از روش‌های سلسله‌مراتبی[۷] – پرداخته نشد. همچنین یکی از کاستی‌های مدل‌سازی‌های مقاله حاضر، در نظر نگرفتن میزان "لختی" احتمال پیشین است. در مدل‌های پیشرفته‌تر بیزی، این‌که احتمال پیشین بر پایه چه حجمی از اطلاعات صورت گرفته نیز بر نحوه به روزرسانی آن تأثیرگذار است، حال‌آن‌که در مدل‌های مقاله حاضر هیچ فرضی درباره این‌که احتمال پیشین چگونه شکل گرفته است وجود نداشت. با این حال، این ضرورت روشن است که اگر قرار است از مدل‌های احتمالاتی برای تبیین‌های فقهی/اصولی استفاده کنیم نیازمند مدل‌هایی حرفه‌ای در این زمینه هستیم. مدل‌های پیچیده‌تر «احتمالات بیزی» زمینه مساعدتری برای مسائل تجمیع قرائن فراهم می‌آورند و به مباحث این حیطه سامان می‌دهند.

[۷] hierarchical Bayesian models

منابع

۱. سیستانی، سیدعلی، **الرافد فی علم الاصول**، تقریرات قطیفی، منیر، قم: لیتوگرافی حمید، ۱۴۱۴ ه.ق.

۲. شبیری زنجانی، سیدموسی، **کتاب نکاح**، قم، موسسه پژوهشی رای‌پرداز، ۱۴۱۹ ه.ق.

۳. شبیری، سیدمحمدجواد، **بهره‌گیری از حساب احتمالات در اعتبار بخشی به مرسلات**، تقریر احسنی، غلامرضا، ۱۳۹۶، قابل دسترسی در: http://ijtihadnet.ir

۴. صدر، سیدمحمدباقر، **الأسس المنطقیة للاستقراء**، بیروت، دار الفکر، ۱۳۹۱ ه.ق.

۵. ـــــــــــ، **بحوث فی علم الأصول**، تقریرات عبدالساتر، حسن، بیروت: دار الاسلامیة، ۱۴۱۷ ه.ق.

۶. ـــــــــــ، **دروس فی علم الأصول**، قم: مؤسسة النشر الإسلامی، ۱۴۱۸ه.ق.

۷. عرفانیان یزدی، غلامرضا، **مشایخ الثقات: الحلقة الأولی**، قم: دفتر تبلیغات اسلامی، ۱۳۷۷.

۸. نبوی، لطف‌الله؛ احمدی، نیما؛ حجتی، سیدمحمد علی؛ **"بیزگرایی و چالش‌های نظریه تأیید"**، فلسفه علم، شماره اول، صص۹۹-۱۱۸، تابستان ۱۳۹۲.

9. Linden, Wolfgang; Dose, Volker; Toussaint, Udo von; **Bayesian Probability Theory: Applications in the Physical Sciences**, Cambridge University Press, 2014.

10. **Bayesian statistics**, Retrieved September 19, 2019 from Wikipedia, the free encyclopedia on the World Wide Web: https://en.wikipedia.org/wiki/Bayesian_statistics